

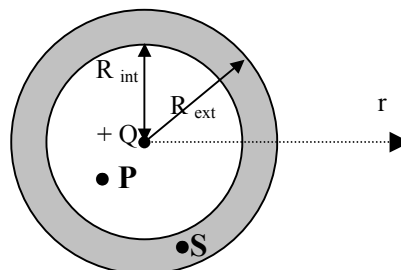
Facoltà di Ingegneria
1^a prova in itinere di Fisica II
xx-yy-2002
compito B

Esercizio n.1

Una carica puntiforme $+Q$ viene posta al centro di un conduttore inizialmente scarico e a forma di guscio sferico con raggio interno R_{int} e raggio esterno R_{ext} .

Calcolare:

- La carica sulla superficie interna (Q_{int}) ed esterna (Q_{ext}) del guscio sferico.
- Il campo elettrico (modulo direzione e verso) in funzione di r
- La ddp tra il punto P a distanza $0 < R_P < R_{\text{int}}$ ed il punto S a distanza $R_{\text{int}} < R_S < R_{\text{ext}}$ dal centro O del guscio sferico



Rispondere quindi alle seguenti domande:

1. Le cariche Q_{int} e Q_{ext} valgono rispettivamente
 - a. $Q_{\text{int}} = -Q$, $Q_{\text{ext}} = +Q$ (*)
 - b. $Q_{\text{int}} = -Q$, $Q_{\text{ext}} = +2Q$
 - c. $Q_{\text{int}} = +Q$, $Q_{\text{ext}} = -Q$
 - d. $Q_{\text{int}} = 0$, $Q_{\text{ext}} = +Q$
2. Per $0 < r < R_{\text{int}}$ il campo elettrostatico
 - a. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$, direzione radiale e verso uscente (*)
 - b. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$, direzione radiale e verso entrante
 - c. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$, direzione radiale e verso uscente
 - d. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$, direzione radiale e verso uscente
3. Per $R_{\text{int}} < r < R_{\text{ext}}$ il campo elettrostatico
 - a. è nullo (*)
 - b. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_{\text{int}}^2}$, direzione radiale e verso entrante
 - c. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_{\text{ext}}^2}$, direzione radiale e verso uscente
 - d. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$, direzione radiale e verso entrante
4. Per $r > R_{\text{ext}}$, il campo elettrostatico
 - a. è nullo
 - b. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$, direzione radiale e verso entrante
 - c. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_{\text{ext}}^2}$, direzione radiale e verso entrante
 - d. ha modulo $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$, direzione radiale e verso uscente (*)
5. La ddp tra il punto P ed il punto S vale
 - a. $V(P) - V(S) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_{\text{ext}} - R_S}{R_{\text{ext}} R_P} \right)$
 - b. $V(P) - V(S) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_{\text{int}} - R_P}{R_{\text{int}} R_P} \right)$ (*)

$$\begin{aligned} \text{c. } V(P) - V(S) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_{ext} - R_P}{R_{ext} R_P} \right) \\ \text{d. } V(P) - V(S) &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_P - R_S}{R_S R_P} \right) \end{aligned}$$

Esercizio n.2

Un filo di materiale isolante è costituito da due tratti rettilinei di lunghezza L connessi ad una circonferenza di raggio R (vedi figura).

Su ciascuno dei tratti rettilinei è uniformemente distribuita una carica Q . La circonferenza invece possiede carica con densità lineare $\lambda = k \sin\theta$.

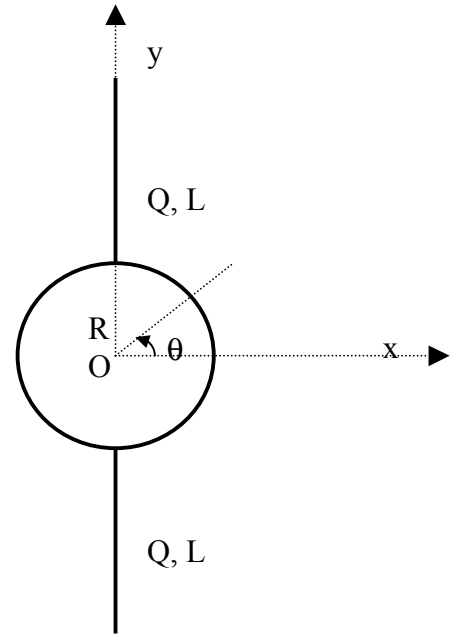
Calcolare

- La carica totale posseduta dal filo
- Il potenziale generato dal filo nel punto O
- Il campo elettrico generato dal filo nel punto O

Valori numerici: $Q = 10^{-8} \text{ C}$, $k = 10^{-7} \frac{\text{C}}{\text{m}}$, $R = 20 \text{ cm}$, $L = 50 \text{ cm}$, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$

Rispondere quindi alle seguenti domande:

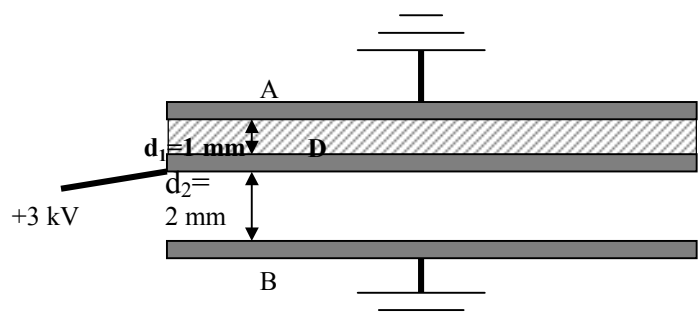
6. La carica totale posseduta dal filo vale
 - a. $13 \cdot 10^{-2} \mu\text{C}$
 - b. $-47 \mu\text{C}$
 - c. 0 C
 - d. $2 \cdot 10^{-2} \mu\text{C} (*)$
7. Nel punto O, il potenziale dovuto alla carica sulla parte del filo a forma di circonferenza vale
 - a. 3.26 V
 - b. 227 V
 - c. -2320 V
 - d. $0 \text{ V} (*)$
8. Nel punto O, il potenziale dovuto alla carica sull'intero filo vale:
 - a. 24.8 V
 - b. -7.3 V
 - c. $450.8 \text{ V} (*)$
 - d. 1413.7 V
9. Il campo elettrico nel punto O generato dalle cariche sul filo
 - a. ha direzione e verso dell'asse x
 - b. ha direzione dell'asse x e verso opposto ad esso
 - c. ha direzione e verso dell'asse y
 - d. ha direzione dell'asse y e verso opposto ad esso (*)
10. Il campo elettrico nel punto O generato dalle cariche sul filo ha modulo
 - a. $3.6 \cdot 10^3 \text{ V/m}$
 - b. $7.8 \cdot 10^4 \text{ V/m}$
 - c. $1.4 \cdot 10^4 \text{ V/m} (*)$
 - d. $0.1 \cdot 10^4 \text{ V/m}$



Esercizio n.3

Le piastre metalliche A, D e B della figura sono parallele e hanno ciascuna area 10^{-2} m^2 ciascuna. Le distanze tra la piastra interna e le due piastre esterne (vedi figura) sono $d_1 = 1 \text{ mm}$ e $d_2 = 2 \text{ mm}$. Lo spazio tra le piastre D e B è riempito di aria (costante dielettrica relativa $\kappa = 1$); quello tra A e D è riempito di teflon (costante dielettrica relativa $\kappa = 2.1$).

Inizialmente le due piastre esterne (A e B) sono messe a terra e quella centrale (D) è caricata ad un potenziale di 3 kV . Calcolare la capacità equivalente del sistema delle tre piastre.



Successivamente, tutte e tre le piastre vengono isolate (collegamenti staccati) e la lastra centrale D e il teflon vengono rimossi.

Calcolare, in questa nuova situazione:

- la carica sulle due piastre esterne (A e B)
- la differenza di potenziale tra le due piastre esterne A e B

Suggerimento: la carica sul condensatore formato dalle due piastre esterne è la metà della differenza delle cariche su di

esse: $Q = \left| \frac{Q_A - Q_B}{2} \right|$.

Rispondere quindi alle seguenti domande:

- Nella situazione iniziale, quando le piastre A e B sono collegate a terra, il sistema delle tre piastre è equivalente a
 - due condensatori piani in parallelo (*)
 - due condensatori piani in serie
 - due condensatori piani né in serie né in parallelo
 - un solo condensatore formato dalla piastra D e dalla piastra B
- Nella situazione iniziale, quando le piastre A e B sono collegate a terra, la capacità del condensatore equivalente a quello formato dalle tre piastre vale:
 - 22 pF
 - 451 pF
 - 340 nF
 - 230 pF (*)
- Dopo che le piastre A e B sono state isolate e la piastra interna è stata rimossa, la carica sulla piastra A vale
 - $-2.65 \cdot 10^{-7} \text{ C}$
 - $-8.31 \cdot 10^{-9} \text{ C}$
 - $1.87 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
 - $5.58 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ (*)
- Dopo che le piastre A e B sono state isolate e la piastra interna è stata rimossa, la carica sulla piastra B vale
 - $-9.22 \cdot 10^{-7} \text{ C}$
 - $-1.33 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ (*)
 - $7.40 \cdot 10^{-6} \text{ C}$
 - $3.81 \cdot 10^{-9} \text{ C}$
- Dopo che le piastre A e B sono state isolate e la piastra interna è stata rimossa, la ddp tra le piastre A e B ha valore assoluto
 - 5762 V
 - 123 V
 - 7186 V (*)
 - 1380 V

Altre domande

- Il momento di un dipolo ha intensità $p=3 \text{ Cm}$ e direzione e verso del campo \vec{E} . Quando l'intensità del campo vale 2 V/m , l'energia potenziale del dipolo è maggiore di quella che si ha quando il campo vale 5 V/m (supponendo che la disposizione sia identica nei due casi).
 - Vero (*)
 - falso
- Il modulo del campo elettrico all'interno di un condensatore piano ideale è la metà del modulo del campo elettrico dovuto ad una delle due piastre.
 - Vero
 - Falso (*)
- Per ottenere un condensatore con capacità di 10 nF si possono collegare in parallelo due condensatori ciascuno con capacità 20 nF .
 - Vero
 - Falso (*)
- Un dipolo elettrico di momento di dipolo \vec{p} in un campo elettrico uniforme si muove con moto di traslazione parallelamente alla direzione del campo
 - Vero
 - Falso (*)
- Uno studente, imprigionato nella cavità interna di un conduttore, segnala la propria presenza all'esterno agitando una bacchetta isolante carica. Il campo elettrico all'esterno del conduttore varia in funzione della posizione della bacchetta, rivelando la presenza dello studente.

- a. Vero
b. Falso (*)
21. A potenziale fissato, la carica di un condensatore aumenta se tra le sue armature viene inserito un dielettrico
a. Vero (*)
b. Falso
22. Il campo elettrostatico nelle immediate vicinanze della superficie di un conduttore carico è ortogonale ad essa
a. Vero (*)
b. Falso
23. 1 Volt (1V) è uguale ad $\frac{1Kg \cdot 1m^2}{1C \cdot 1s^2}$
a. Vero (*)
b. Falso
24. Le linee di forza del campo elettrico sono sempre parallele alle superfici equipotenziali.
a. Vero
b. Falso (*)
25. La differenza di potenziale tra due punti A e B è definita come $V(A) - V(B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$.
qualsiasi cammino
a. Vero (*)
b. Falso
26. Con la convenzione $V(\infty) = 0$, il potenziale in un punto P è il lavoro fatto dal campo elettrico per portare una carica unitaria dall'infinito al punto P, lungo un cammino qualsiasi.
a. Vero
b. Falso (*)
27. Il campo elettrico non può cambiare il modulo della velocità di una particella carica, ma soltanto la direzione
a. Vero
b. Falso (*)
28. La carica di polarizzazione di un materiale dielettrico aumenta il campo elettrostatico all'interno di esso
a. Vero
b. Falso (*)
29. All'esterno di una sfera uniformemente carica, il campo elettrico è uguale a quello di una carica puntiforme posta nel centro della sfera ed avente intensità pari alla metà della carica totale della sfera.
a. Vero
b. Falso (*)
30. Due conduttori isolati carichi, ciascuno dei quali ha una certa capacità, vengono collegati tramite un filo conduttore. Il collegamento così realizzato è un collegamento in parallelo.
a. Vero (*)
b. Falso

Soluzioni

Esercizio n.1

Il sistema è in condizioni di induzione completa, quindi $Q_{\text{int}} = -Q$. $Q_{\text{ext}} = +Q$, dovendo il guscio sferico mantenersi neutro.

Per simmetria entrambe queste cariche sono distribuite con densità superficiale costante.

Vista la simmetria sferica del problema, il campo è radiale.

Nella cavità del guscio sferico, cioè per $0 < r < R_{\text{int}}$ il campo è rivolto verso il guscio (uscente). Applicando il teorema di Gauss, con una sfera concentrica al guscio e di raggio $0 < r < R_{\text{int}}$ come superficie gaussiana, il modulo del campo risulta

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

All'interno del guscio sferico, cioè per $R_{\text{int}} < r < R_{\text{ext}}$ il campo elettrico è nullo (campo elettrostatico all'interno di un conduttore).

All'esterno del guscio sferico, il campo è ancora uscente e ha modulo

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

come si può facilmente verificare applicando ancora il teorema di Gauss con una sfera concentrica al guscio sferico e di raggio $r > R_{\text{ext}}$ come superficie gaussiana.

La ddp tra il punto P ed il punto S è

$$V(P) - V(S) = \int_P^S \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^3} \vec{r} \cdot d\vec{s} = \int_{r_P}^{r_S} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2} dr = \int_{r_P}^{R_{int}} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left(-\frac{1}{R_{int}} + \frac{1}{R_P} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_o} \left(\frac{R_{int} - R_P}{R_{int} R_P} \right)$$

dove si è tenuto conto che all'interno del guscio ($R_{int} < r < R_{ext}$) il campo elettrostatico è nullo.

Esercizio n. 2

La carica totale sulla circonferenza è nulla, infatti

$$Q_{circ} = \int_0^{2\pi R} \lambda ds = \int_0^{2\pi} \lambda R d\theta = Rk \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta = -Rk \cos \theta \Big|_0^{2\pi} = 0$$

Quindi la carica totale posseduta dal filo vale $2Q = 2 \cdot 10^{-8} C$.

Il potenziale nel punto O può essere calcolato come la somma del potenziale dovuto alla carica dei due fili rettilinei più quello della carica sulla circonferenza:

$$V(P) = V_{filo} + V_{filo} + V_{circ} = 2 \int_R^{R+L} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda_{filo} dx}{x} + \int_0^{2\pi} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda_{circ} ds}{R} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \frac{Q}{L} \ln \frac{R+L}{R} + \frac{k}{4\pi\epsilon_o} \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta =$$

$$\frac{1}{2\pi\epsilon_o} \frac{Q}{L} \ln \frac{R+L}{R} - \frac{k}{4\pi\epsilon_o} \cos \theta \Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \frac{Q}{L} \ln \frac{R+L}{R} = 450,81 V$$

Nel punto P, i campi delle cariche dei due fili rettilinei sono vettori uguali in modulo e in direzione ed opposti in verso, quindi i due fili rettilinei non contribuiscono al campo. Nel primo e nel secondo quadrante il filo è carico positivamente; nel terzo e nel quarto quadrante invece la carica è negativa. Considerando ad esempio il campo dovuto alla carica su di un elemento infinitesimo di filo nel primo quadrante ed il campo della carica sull'elemento infinitesimo simmetrico rispetto all'asse y (nel secondo quadrante) è facile vedere che il campo elettrico nel punto P è diretto come l'asse y, ha modulo

$$E_y(P) = E_{y,filo} + E_{y,filo} + E_{y,circ} = 0 - \int_0^{2\pi R} \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda_{circ} ds}{R^2} \sin \theta =$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{k}{R} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{k}{R} \int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta =$$

$$= -\frac{k}{4\epsilon_o R} = -1,41 \cdot 10^4 \frac{N}{C}$$

dove il segno - indica che il campo ha verso opposto a quello dell'asse y.

Esercizio n.3

Nella situazione iniziale, il sistema delle tre piastre è equivalente a due condensatori piani in parallelo, l'uno formato dalle piastre A e D e l'altro dalle piastre B e D. La capacità equivalente è quindi:

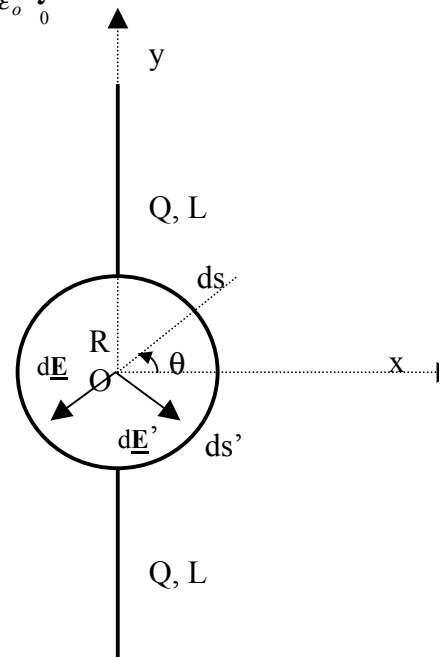
$$C_{eq} = C_{AD} + C_{BD} = \frac{\epsilon_o \kappa A}{d_1} + \frac{\epsilon_o A}{d_2} = 185,85 pF + 44,25 pF = 230,1 pF$$

La carica su questi due condensatori vale:

$$Q_{AD} = C_{AD} V = 5,5755 \cdot 10^{-7} C \quad \text{e} \quad Q_{BD} = C_{BD} V = 1,3275 \cdot 10^{-7} C$$

Essendo a potenziale più alto, la piastra centrale possiede carica positiva e le piastre esterne posseggono cariche negative.

Poiché nel processo di scollegamento e di rimozione della piastra D, la carica delle piastre A e B non cambia, nella situazione finale risulta



$$Q_A = -5.58 \cdot 10^{-7} C \quad \text{e} \quad Q_B = -1.33 \cdot 10^{-7} C$$

Seguendo il suggerimento, la carica sul condensatore costituito dalle sole piastre A e B è

$$Q = \left| \frac{Q_A - Q_B}{2} \right| = 2.124 \cdot 10^{-7} C$$

e quindi il valore assoluto della ddp V_{fin} tra A e B è

$$V_{fin} = \frac{Q}{C} = \frac{Q(d_1 + d_2)}{\epsilon_o A} = 7200V$$